

MENCIÓN
QE

Concurso de Trabajos
Pedagógico-Didácticos
de la Revista QUEHACER EDUCATIVO, 2012

La geometría: ¿postergada o subestimada en la escuela?

Propuestas para su enseñanza

Shirley Ximena Rodríguez Méndez | Maestra. Pirlápolis (Maldonado).

¿Por qué la geometría está casi ausente en el aula? ¿Será porque los docentes no dominamos sus conceptos y procedimientos?, ¿porque desconocemos su didáctica?, ¿no tenemos claros los objetivos de su enseñanza?, ¿o porque se jerarquizan otras disciplinas matemáticas (aritmética) por sobre la geometría?

Las preguntas citadas anteriormente se elaboraron luego del siguiente trabajo de investigación, que requirió búsqueda de propuestas sobre cómo enseñar geometría en la escuela.

La temática elegida surge del análisis de planificaciones diarias de distintos docentes, concluyendo que la disciplina matemática mencionada se aborda con menor frecuencia, priorizando el uso adecuado de los instrumentos geométricos y los procedimientos para realizar ciertos trazados con precisión (instrucciones para trazar un cuadrado con regla y compás, por ejemplo).

Introducción

Antes de comenzar a desarrollar la temática, es necesario definir qué es la geometría y cuáles son los objetivos de su enseñanza.

Etimológicamente, la palabra “geometría” significa “medida de la tierra” aludiendo a un origen de tipo práctico, pues en la antigüedad resolvía problemas relacionados a la demarcación de terrenos, a fijar límites, a construir viviendas, etc.

Con Euclides, la geometría pasa a ser un modelo reflexivo del espacio físico y geométrico, en el que se razona, se deduce y se representa. El espacio físico es el que nos contiene

y contiene los objetos concretos, se lo conoce por medio de la percepción y los sentidos. El espacio geométrico, conocido a través de la representación, es el que está conformado por conjuntos de puntos y sus propiedades. Por tanto, ninguna figura geométrica tiene existencia real, es un objeto ideal que se puede representar por medio de un dibujo. Caemos en el error cuando no se diferencian los dos planos: objeto abstracto-realidad concreta, por ejemplo, al solicitar a los niños que dibujen una recta puesto que esta es una entidad abstracta, es ilimitada y carece de espesor, no así el dibujo (objeto perceptible) que se hace de ella.

La geometría: ¿postergada o subestimada en la escuela?

Según Horacio Itzcovich (2007), la enseñanza de la geometría apunta a cuatro objetivos:

- «El estudio de las propiedades de las figuras y de los cuerpos geométricos.» Esto implica «mucho más que reconocerlos perceptivamente y saber sus nombres», también es importante conocer sus propiedades para tenerlas disponibles al resolver diferentes tipos de problemas geométricos.
- «El estudio del espacio y de los movimientos, y de las relaciones que en él se dan» (conocimientos para dominar «las relaciones espaciales»: «orientación», «ubicación», «organización de los desplazamientos, y la producción e interpretación de representaciones planas del espacio»).
- «El inicio en un modo de pensar propio del saber geométrico.» Supone un proceso anticipatorio y otro de validación. En el primero, los alumnos se apoyarán «en propiedades ya estudiadas de las figuras y de los cuerpos para poder anticipar relaciones desconocidas al resolver problemas». En otras palabras, «obtener la solución de ese problema (...) a partir de los conocimientos ya disponibles». Por ejemplo, determinar el valor de los ángulos interiores de un triángulo equilátero sin necesidad de medirlos. En el segundo proceso, lograr que se argumente «que dicho resultado es el correcto porque las propiedades puestas en juego lo garantizan».
- «El reconocimiento de que la escuela es un lugar de creación, transformación y de conservación de una parte seleccionada de la cultura, entre otras, la geometría.» La misma «tiene menos presencia en las aulas» debido a que «no se le reconoce, de manera sencilla, una vinculación directa con su uso en la vida diaria. Las ideas referidas a que los niños sólo podrán aprender aquello que les resulte cotidiano y útil responden a una corriente que se encuadra en una concepción de la matemática instrumentalista. Estas concepciones provocan forzamientos en los conceptos para vincularlos a los objetos reales (...) se los matematiza; como por ejemplo, al enseñar el concepto de paralelas a través de las vías del tren. Estas no son paralelas, ni siquiera son líneas rectas».

¿Por qué no «enseñar los objetos geométricos donde estos viven, es decir, en las figuras geométricas»?

«Si bien hay problemas interesantes que vinculan lo cotidiano con el saber geométrico (...), hay todo un universo de problemas intramatemáticos, puramente geométricos, que otorgan sentido por sí mismos a la enseñanza de la geometría.» La motivación principal de la misma no debería ser la utilidad práctica, sino el desafío intelectual que ella misma involucra. (cf. Itzcovich, 2007:169-171)

Enseñar y aprender geometría a partir de la resolución de problemas

Ya Sócrates afirmaba que el obstáculo es una condición necesaria para que el aprendizaje se produzca, y es el docente quien debe realizar la pregunta oportuna para permitirlo.

«Problematizar el conocimiento significa plantear buenas preguntas que permitan su revisión y discusión continua» (Lanza, Maloberti y Gómez, 2009:25).

Esta concepción es la base del constructivismo, ya que esta posición epistemológica se refiere a cómo se origina y cómo se modifica el conocimiento.

La construcción del conocimiento tiene lugar en el interior del sujeto, solo puede ser realizada por él mismo, y no lo puede recibir elaborado por otro. Sin embargo, este proceso se lleva a cabo con la participación de los otros, puesto que el conocimiento es un producto social.

Lo expuesto anteriormente posibilita que el aprendizaje sea significativo porque el alumno construye por sí mismo sus conocimientos en interacción con sus pares, y con la ayuda y la intervención del docente, el cual debe proponer situaciones que planteen problemas que lo motiven a indagar entre sus saberes previos para decidir qué conocimientos utilizar en la solución, o conducirlo a la investigación de nuevos saberes de manera que le permita reorganizar sus estructuras cognitivas. Luego deberán validar sus producciones, confrontándolas con las de sus compañeros.

Desde esta perspectiva, según Horacio Itzcovich, el trabajo geométrico en el aula ha perdido espacio y sentido, debido tal vez a la dificultad de los docentes de encontrar problemas que representen verdaderos desafíos, por lo que surge una nueva reflexión: al abordar contenidos de la geometría, ¿se proponen problemas?, ¿o son ejercicios en los cuales los alumnos no tienen la posibilidad de poner en juego los conocimientos que ya poseen para poder cuestionarlos y modificarlos, y así producir nuevos conocimientos?

El problema, considerado un desafío a resolver, debe generar incertidumbre en el niño y tener distintas formas de resolución, para las cuales los alumnos probarán, se equivocarán, propondrán soluciones, las defenderán, discutirán y comunicarán los procedimientos y conclusiones. Por lo tanto, un problema geométrico implica que la resolución involucre propiedades de los objetos geométricos, y que el alumno interactúe con objetos que pertenecen a un espacio conceptualizado representado por las figuras-dibujos.

Considerando esta distinción (figura-dibujo), las argumentaciones referidas a la resolución del problema no se basarán en el dibujo por simple constatación sensorial, sino que se apoyarán en las propiedades de las figuras y los cuerpos. En otras palabras, la verificación se obtendrá únicamente a través de demostraciones matemáticas.

A partir de lo expuesto anteriormente: ¿por qué obstaculizamos el conocimiento presentándoles a nuestros alumnos las figuras-dibujos siempre en la misma posición? De esta manera, los alumnos asimilan que la posición es un atributo de la figura, ya que afirman que el cuadrado, por ejemplo, cuando está rotado representa un rombo no cuadrado, desconsiderando las propiedades de esa figura.

En síntesis, al posicionarnos en una perspectiva constructivista del aprendizaje debemos promover alumnos autónomos, para lo cual es fundamental el planteo de situaciones problema y el intercambio entre los compañeros, para que entre ellos confronten sus ideas acerca de la falsedad o la verdad de sus respuestas, descubriendo las relaciones necesarias para validar sus procesos y lograr de esta manera un aprendizaje significativo.

Propuestas de enseñanza

Copiado de figuras

Es una actividad que representa un problema porque permite enfrentar a los niños al análisis de los elementos y las propiedades de las figuras, las cuales no resultan evidentes a los ojos de los niños. Cuando un alumno tiene que copiar un dibujo, debe interrogarlo para identificar aquellas características que lo determinan y seleccionar las que permiten hacer la copia, descartando otras que no son relevantes para la tarea, por ejemplo, el lugar que ocupa en la hoja.

Se deben tener en cuenta las siguientes variables didácticas:

- ▶ Selección adecuada de las figuras para el copiado según el contenido que se esté abordando.
- ▶ Elección del tipo de hoja en la que se presenta la figura y la que podrá utilizar el alumno para copiarla (cuadrículada o sin cuadrícular).
- ▶ Materiales que puede usar: construcción con elementos no tradicionales para copiar ángulos rectos o paralelas, u obtener ángulos de 45° plegando un ángulo de 90° , etc.; uso de reglas no graduadas para transportar medidas con el compás; la no utilización de la escuadra para construir ángulos rectos.
- ▶ Permitir tener o no el modelo presente. Si no tienen el original, los alumnos deberán anticipar cuáles son las informaciones necesarias para hacer la copia y encontrar una manera de registrarlas. Otra variable es copiarla en un tamaño diferente del modelo original.

La explicitación de las propiedades de la figura se lleva a cabo en el momento de la discusión de los procedimientos de copiado empleados. Los niños analizarán qué características deben considerarse para realizar con éxito la tarea, dando orientaciones para copiar mejor, es decir, considerando los aspectos que tuvieron en cuenta para copiar y aquellos que provocaron errores.

El docente favorece la comunicación de los conocimientos, guiando la comparación de recursos y procedimientos utilizados: ¿por dónde empezaron?, ¿todos usaron compás?, ¿alguien usó la escuadra?

La ventaja de esta actividad es que los alumnos podrán saber por sus propios medios si la copia está bien realizada, superponiéndola con la original una vez que la figura haya sido totalmente construida. De esta manera se permite comprobar las anticipaciones establecidas. Además, no será necesario realizar actividades previas que preparen al grupo, para que tengan éxito en la tarea.

Dictado de figuras

En esta actividad hay un grupo emisor y otro receptor, con roles intercambiables. El docente seleccionará los diferentes dibujos que se les presentarán a los alumnos según el contenido a abordar. Dictar instrucciones o enviar mensajes para que una determinada figura geométrica sea confeccionada, posibilita a los alumnos explicitar las características y los elementos de la misma, ya que deben decidir cuáles son las informaciones necesarias para que los receptores puedan reproducir el dibujo sin verlo.

La puesta en común permitirá analizar las propiedades, las definiciones, el vocabulario específico para instalar aquello nuevo que se pretende enseñar. Los alumnos los considerarán como consejos para jugar mejor la próxima vez. Para ello es fundamental registrar las conclusiones para que en la clase siguiente, al revisar los mensajes que cada grupo elaboró, los alumnos los reelaboren a partir de las mismas.

Además se podrá plantear que elaboren el mensaje más corto posible y que sea el más eficaz, favoreciendo la utilización de vocabulario específico y el análisis de la información contenida en una definición (“no pongamos que tiene dos diagonales porque ya se sabe, es un cuadrilátero”).

Juegos de adivinación

En estas actividades se les presenta a los alumnos una colección de figuras geométricas o de cuerpos, seleccionados de acuerdo a las propiedades que el docente intente poner en juego en esas secuencias de trabajo. La consigna es que un alumno o el docente elijan una de ellas, con el fin de que el resto de la clase adivine cuál es.

El objetivo es que se analicen y se expliciten las propiedades y que se incorpore nuevo vocabulario a partir de interrogantes que permitan descubrir cuál es la figura. Las preguntas deben ser contestadas por “sí” o por “no”.¹

¹ Esta restricción apunta a provocar la explicitación de propiedades en la formulación de las preguntas y a inhibir preguntas menos precisas: ¿cómo es?, ¿qué forma tiene?, etc.

Enfrentados al problema, los alumnos deberán tener en cuenta las preguntas a realizar analizando la pertinencia o conveniencia de formular una u otra, y seleccionando características comunes o diferentes de los elementos de la colección presentada. De esta manera, habrá alumnos que elaborarán estrategias para ganar más rápido. Es fundamental la puesta en común, ya que permite que se difundan dichas estrategias discutiendo cuáles preguntas eran mejores y cuáles no aportaban demasiado, analizando errores y aciertos.

Es necesario que la actividad se realice durante varias clases y que se registren las conclusiones, es decir, las buenas preguntas, los consejos para jugar mejor y el nuevo vocabulario. La variable a considerar es disminuir la cantidad de preguntas que se autorizan hacer a los alumnos, exigiéndoles que detecten aquellas características que permitan englobar o descartar una buena parte de la colección de figuras.

Problemas de construcción

Este tipo de actividades no es novedoso, ya que son las propuestas de enseñanza más instaladas en el aula; en las mismas, a continuación del problema, se incluye el procedimiento a seguir para realizar la construcción. Sin embargo se debe considerar la construcción como una parte del problema, lo fundamental es que para resolverlo, los alumnos tengan en cuenta las propiedades ya conocidas de las figuras y los datos dados para construirlas, tomando decisiones sobre el procedimiento a seguir y los instrumentos a utilizar.

Estas actividades incorporan un aspecto diferente: los alumnos, al no tener realizada la figura, deberán argumentar por qué es o no posible la construcción con los datos que se poseen y, de serlo, analizar la cantidad de soluciones y cómo asegurar que la respuesta sea correcta. En la puesta en común se promoverá el análisis de las propiedades y los recursos utilizados, comparando las producciones y la validez de las mismas, y si el problema tenía una, ninguna, varias o infinitas soluciones.

El docente debe decidir qué instrumentos se habilitarán en función de las propiedades que se intentan poner de manifiesto y preguntarse: tratados sí, pero ¿cómo?, ¿para qué?

Rol de los instrumentos geométricos

La actividad geométrica no es una actividad empírica, sino racional. Por lo tanto, el “uso del compás” (o de otros instrumentos) no es un contenido geométrico; sin embargo, se lo enseña a usar con precisión, junto con el procedimiento a seguir para realizar determinada construcción. No obstante, su uso requiere poner en juego ciertas relaciones y propiedades de las figuras.

Exigir, como sucede generalmente, la exactitud en los dibujos de los alumnos es importante en algunos problemas, por ejemplo, al copiar un dibujo para validar la construcción con el modelo. No sería necesaria la precisión cuando se deba demostrar por qué no existen triángulos obtusángulos equiláteros, solo bastará con un bosquejo que servirá como figura de análisis.

¿Cuáles son las propiedades que se pondrán en juego, según los instrumentos que se utilizarán, en la siguiente actividad propuesta en cuarto grado?

El docente entrega un cuadrado de 10 cm de lado en una hoja lisa. Los alumnos deberán copiarlo utilizando los siguientes instrumentos:

- regla y escuadra graduada;
- solamente escuadra graduada;
- compás y regla no graduada.

Con las actividades propuestas anteriormente se concluye que los instrumentos funcionan como una condición que forma parte del problema.

¿Qué enseñar primero? ¿Los elementos, las figuras y luego los cuerpos geométricos? ¿O al revés?

Como durante años se ha tenido una concepción acumulativa del aprendizaje y de la enseñanza, lo primero que se debía enseñar eran los elementos aislados (punto, recta, plano), luego los cuerpos y las figuras, porque se suponía que había que partir de lo vivencial y concreto hacia la abstracción.

Hoy en día, cuerpos y figuras, como objetos diferentes que son, pueden ser estudiados en el mismo grado, siendo interesante que se le presente a los alumnos un conjunto de problemas que les permitan estudiar las relaciones entre figuras y cuerpos geométricos.

Con respecto a los elementos, el objeto de estudio de la Geometría son las propiedades de las figuras y de los cuerpos geométricos, las denominaciones o vocabulario nuevo estarán al servicio de los problemas que se planteen.

Puesta en práctica en el aula

Primer nivel

Contenido: la clasificación de polígonos por el número de lados.

Actividad: adivinar qué figura eligió un alumno de la colección presentada (compuesta por polígonos regulares y no regulares de distinto número de lados), realizándole la menor cantidad de preguntas posibles. Como actividades previas se sugiere presentar colecciones que permitan clasificar polígonos y no polígonos, líneas curvas y rectas, etc.

Segundo nivel

Contenido: las diagonales de los polígonos.

Actividad: utilizar un segmento de 3 cm y otro de 6 cm como diagonales y combinarlos de forma conveniente para construir un cuadrado, un rectángulo, un paralelogramo, un rombo y un trapecio. Argumentar si es posible la construcción de todos los polígonos solicitados.

Tercer nivel – Una propuesta diferente usando la XO

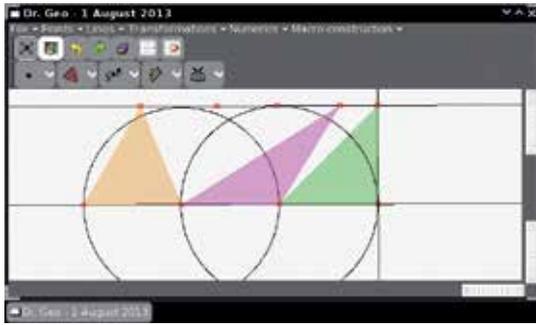
La consigna planteada fue: “Utilizando Dr. Geo construir la mayor cantidad posible de triángulos que tengan la misma superficie (no debe haber un triángulo igual a otro)”.

Para poder llevar a cabo esta actividad, los alumnos deben manejar el programa “Dr. Geo” y además saber que triángulos con igual base y con igual altura tienen la misma superficie. Si bien en la consigna hay elementos que no pertenecen a la geometría, esta actividad permite a los alumnos utilizar distintas estrategias de resolución, basándose en conceptos geométricos: líneas paralelas y perpendiculares, radio y circunferencia, diagonales y medianas, mediatriz.

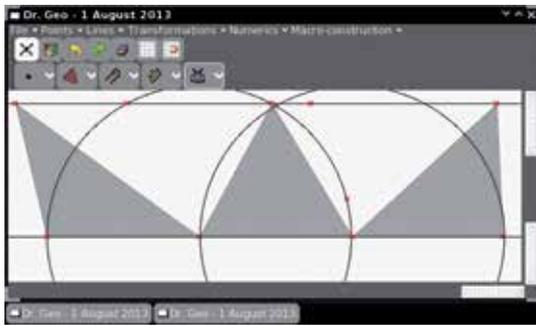
En un primer momento, los alumnos recordaron que el mencionado programa permite cuadrricular la hoja, tomando un cuadrado como unidad de medida. Aplicaron la fórmula para calcular el área del triángulo, contando los cuadrados que conformaban la base y midiendo su altura.

La intervención docente se basó en proponerles no utilizar esta herramienta para realizar los polígonos solicitados.

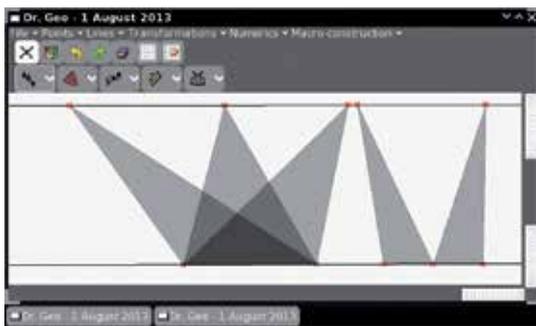
Actividades



Trazó rectas paralelas. Con la opción “polígono” hizo el primer triángulo. Razonó que para realizar otro triángulo debía mantener la medida de la base construyendo una circunferencia que la contuviese como radio. Siguió manejando este concepto con la variante de que trazó una perpendicular que pasara por las dos paralelas para así construir un triángulo rectángulo.



Trazó rectas paralelas, sobre una de ellas marcó dos puntos para determinar el radio de una circunferencia. Dicho segmento lo usó como base del triángulo y utilizó la distancia entre el mismo y la otra recta como altura.

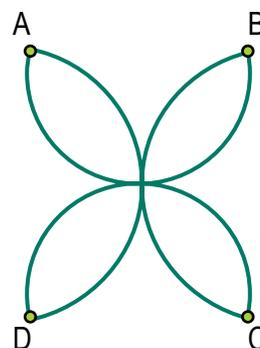


Trazó dos rectas paralelas. Marcó dos puntos cualesquiera en una de ellas determinando el segmento base. A partir de ahí, con la opción “polígono” y marcando tres puntos cualesquiera sobre la otra paralela, determinó tres triángulos.

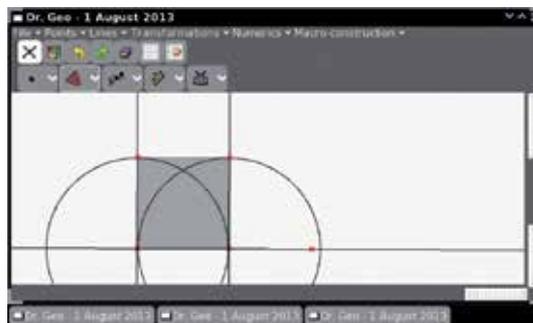
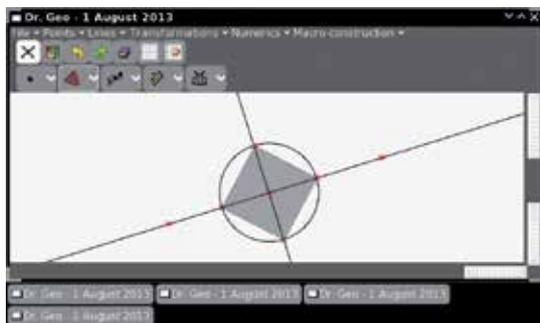
Sobre una de las paralelas marcó un segmento determinado por dos puntos y al mismo con la opción “punto medio”, consideró los segmentos obtenidos como base de los triángulos, siendo la altura igual que las anteriores.

Otras actividades

Copiar la siguiente imagen en hoja lisa explicitando las características que consideraron, las medidas que tomaron y los instrumentos utilizados. Verificar la copia realizada con la original mediante superposición. (En este caso hay relaciones que permanecen ocultas al ojo; aunque no se lo vea, los puntos ABCD forman un cuadrado. Cada semicircunferencia tiene centro en el punto medio de cada lado).



Construir un cuadrado en “Dr. Geo” sin utilizar la cuadrícula.
¿Cómo asegurarían que el cuadrado está bien realizado?



A modo de cierre, según Sadovsky y otros (1998:49):

«[...] hay un modo de estudiar geometría que permite que los alumnos desarrollen un modo de pensar, propio de la matemática, que solo existe si la escuela lo provoca y al que creemos que todos los alumnos tienen derecho a acceder. Es la relación con el saber la que está en juego.»

Bibliografía

- ALTMAN, Silvia; COMPARATORE, Claudia; KURZROK, Liliana (2009): “Geometría en el primer ciclo” en *12(ntes). DIGITAL para el día a día en la escuela*, N° 3, Año 1 (La enseñanza de la geometría en la escuela), pp. 4-7. En línea: <http://es.scribd.com/doc/62280520/La-ensenanza-de-la-geometria-en-la-escuela-primaria>
- ANEP. CEP. República Oriental del Uruguay (2009): *Programa de Educación Inicial y Primaria. Año 2008*. En línea: http://www.cep.edu.uy/archivos/programaescolar/Programa_Escolar.pdf
- BROITMAN, Claudia; ITZCOVICH, Horacio (2003): “Geometría en los primeros años de la E.G.B: problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza” (Cap. 8) en M. Panizza (comp.): *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la E.G.B. Análisis y propuestas*. Buenos Aires: Ed. Paidós, Colección Cuestiones de Educación N° 41, 1ª edición.
- FORMELIANO, Blanca; APARICIO, Antonio; BASPIÑEIRO, Silvia; CORREA, Jorge; MÉNDEZ, Nilda G.; PALMA, Margarita L.; VILLARROEL, Yolanda H. (s/f): “Propuesta de Capacitación para la Enseñanza de la Geometría”. En línea: http://www2.famaf.unc.edu.ar/rev_edu/documents/vol_26/Mendez.pdf
- GODINO, Juan D.; RUIZ, Francisco (2004): “III. Geometría para maestros” en *Matemáticas para maestros. Manual para el estudiante*. En línea: <http://www.uruguayeduca.edu.uy/Userfiles/P0001/File/geometria-DiazGodino-III.pdf>
- ITZCOVICH, Horacio (2007): “Acerca de la enseñanza de la geometría” (Cap. 6) en H. Itzcovich (coord.): *La Matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula*. Buenos Aires: Aique Grupo Editor. Colección: Carrera Docente. Serie: El abecé de...
- ITZCOVICH, Horacio; BROITMAN, Claudia (2001): “Orientaciones didácticas para la enseñanza de la geometría en EGB”. Documento N° 3. Provincia de Buenos Aires: Dirección General de Cultura y Educación/Subsecretaría de Educación/Dirección Provincial de Educación de Gestión Estatal/Dirección de Educación General Básica/ Gabinete Pedagógico Curricular - Matemática.
- LANZA, Pierina; MALOBERTI, Federico; GÓMEZ, Fabián (2009): “Reflexiones contemporáneas acerca de un antiguo problema de geometría” en *12(ntes). DIGITAL para el día a día en la escuela*, N° 3, Año 1 (La enseñanza de la geometría en la escuela), pp. 21-28. En línea: <http://es.scribd.com/doc/62280520/La-ensenanza-de-la-geometria-en-la-escuela-primaria>
- MOLERI DUBOUÉ, Esther Alicia (2008): “Geometría al 100%” en Revista *QUEHACER EDUCATIVO*, N° 88 (Abril), pp. 67-73. Montevideo: FUM-TEP.
- PONCE, Héctor (2003): “Enseñar Geometría en el primer y segundo ciclo. Diálogos de la capacitación”. Colección: Materiales para la capacitación. Buenos Aires: Escuela de Capacitación. Secretaría de Educación/Centro de Pedagogías de Anticipación. En línea: <http://estatico.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/cepa/geometria.pdf>
- QUARANTA, María Emilia; RESSIA DE MORENO, Beatriz (2007): “El copiado de figuras como un problema geométrico para los niños” en *Enseñar matemática*. Colección 0 a 5. La Educación en los primeros años, N° 56. Buenos Aires: Novedades Educativas. En línea: <http://www.mecaep.edu.uy/pdf/matematicas/2012/Jornada6/QuarantaMEEmiliaRessiadeMorenoBeatrizElcopiadodefiguras.pdf>
- RODRÍGUEZ RAVA, Beatriz; XAVIER DE MELLO, Ma. Alicia (comps.) (2005): *El Quehacer Matemático en la Escuela. Construcción colectiva de docentes uruguayos*. Montevideo: FUM-TEP/Fondo Editorial QUEDUCA.
- SADOVSKY, Patricia; PARRA, Cecilia; ITZCOVICH, Horacio; BROITMAN, Claudia (1998): *Matemática. Documento de trabajo N° 5. La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo*. Buenos Aires: Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Subsecretaría de Educación. Dirección General de Planeamiento. Dirección de Currícula. En línea: <http://www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula/docum/areas/matemat/doc5.pdf>